基礎統計試験（2006．２．７．）5限 解答例

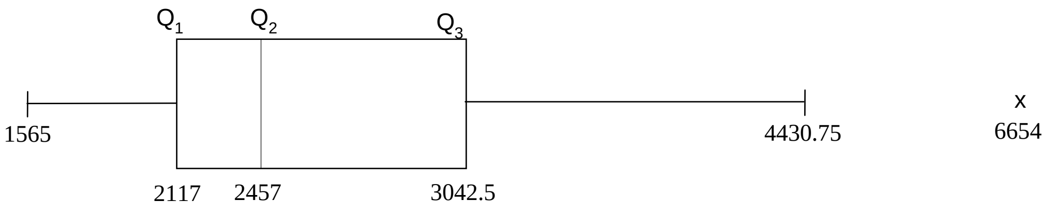
作：2005S1-17

１．階級の数は、$1+\log_2 n$にすればよい。（経験則）→（$n=31$により、約 6）

度数分布

（しょうりゃく。教科書 P.18〜22 参照）

箱ヒゲ図



２．普通の確率の問題だと思います…。余裕で解けると思います。

（1）

全製品を 1000 個として考えたら楽。1000 個中の不良品の数は、確率上

$1000\times(0.5\times0.03+0.3\times0.04+0.2\times0.05)=37$個であるから、求める確率は$\dfrac{37}{1000}$.

（2）

確率上不良品全体の 37 個中何個が機械 A から製造されたものであるか。→ $\dfrac{15}{37}$

３．教科書 P.113〜参照：**ポワソン分布**を使う．$np\to\lambda$となるように$n\to\infty, p\to 0$となる極限において

$f(x)={}_nC_xp^x(1-p)^{n-x}\longrightarrow\dfrac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$ ……ポワソンの小数の法則が成り立つ．

今 1 分あたり平均 2 回のコールがあり，処理能力は 1 分あたり 3 回が限度．

ある 1 分間で 4 回以上のコールがある確率は

$$1-\sum_{k=0}^{3}f(k)=1-f(0)-f(1)-f(2)-f(3)=1-e^{-2}\left\{\frac{2^0}{0!}+\frac{2^1}{1!}+\frac{2^2}{2!}+\frac{2^3}{3!}\right\}=\underline{1-\frac{19}{3}e^{-2}}$$

４．**正規分布**(教科書 P.122)を用いる．期待値$\mu=50$,分散の平方根$\sigma=15$

$\phi(-z)=1-\phi(z)$の関係を用いて，主な区間の確率を調べる．

区間$[\mu-k\sigma,\mu+k\sigma]$=$[50-15k,50+15k]$に入る確率$P(-k\le Z\le k)$から k を逆算する．

評価 C について．

$\phi(k)-\phi(-k)\simeq 0.400$となる k の値は、教科書 P.280 付表 1（この表は$1-\phi(z)$の値を示していることに注意する）より k=0.52

同様にして評価 B，D について．

$\phi(k)-\phi(-k)\simeq 0.800$となる k の値は、k=1.28

以上より，評価の付け方は

〜31.88 点に E，〜42.47 点に D，〜57.53 点に C，〜68.12 点に B，〜100 点に A.

（ただし試験得点は整数値なので，上の点数を切り上げて整数に直す。）

5. **最尤法**（教科書 P.217～）を用いる．また，この問題の類題として教科書 P.230 の練習問題 11.1 がある．
パラメータ（母数）λの指数分布$E_x(\lambda)$がある．大きさnの標本$X_1, X_2, \cdots, X_n$を取り出したとき，

λに関する尤度関数は定義から$\underline{L(\lambda) = \lambda^n e^{-\lambda \sum X_i}}$である．（ここで$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum X_i$とした．）

この両辺に対し対数をとると，$\log L(\lambda) = n \log \lambda - \lambda \sum X_i$であり，

最尤推定量$\hat{\lambda}$とは，$\dfrac{\partial \log L(\lambda)}{\partial \lambda} = 0$（偏微分）を満たすときの$\lambda$であるから，これを計算して$\underline{\hat{\lambda} = \dfrac{n}{\sum X_i} = \dfrac{1}{\bar{X}}}$

6．（教科書 P.226～,参考問題 11.4）．

（1）

$N(\mu, \sigma^2)$　$\sigma^2 = 25$　，信頼水準 99%　→　$\alpha = 0.01$

母平均μの信頼区間の幅は

$2Z_{0.005} \cdot \dfrac{5}{\sqrt{n}} \leq 4$　，　$Z_{0.005} = t_{0.005}(\infty) = 2.576,$　　$n \geq 41.47\cdots$　　　42個以上。

（2）

帰無仮説$H_0 : \mu = 35$を対立仮説$H_1 : \mu \neq 35$に対して検定する．

いま$\bar{X} = 36.8$であり，次に標本分散s^2を求めると（教科書 P.184）

$\therefore$　$s = \sqrt{22.177} = 4.709$（関数電卓などで計算して確かめてください．）

以上より、　$t = \dfrac{36.8 - 35}{4.709/\sqrt{10}} = 1.20$　となる．

有意水準5％ということで，$t_{0.025}(9) = 2.262$．

ここで$|t| \leq t_{0.025}(9)$となっているので，$H_0 : \mu = 35$は有意水準5％で棄却されない．