

宇宙科学 2004 前期テスト

解答にあたっては、必要ならば以下の数値を用いよ。1AU =  $1.50 \times 10^8$ km、太陽質量  $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30}$ kg、太陽光度  $L_{\odot} = 3.85 \times 10^{26}$ J/sec、万有引力定数  $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>、光速  $c = 3.00 \times 10^8$ m/sec、 $\pi = 3.14$ 、 $60^{1/4} = 2.78$ 、 $2.22^{1/4} = 1.22$ 、 $3.14^{1/4} = 1.33$ 、 $4.44^{1/4} = 1.45$ 、 $5.20^{1/2} = 2.28$ 。ただし、必要でないものも混ざっているので注意。問題は、裏にも続いているので注意すること。

1. 以下の設問に答えよ。

(a) 木星の直径はおよそ 143,000km である。地球が木星に最も近づいた時に木星を観測すると、その直径を見込む角度は何秒か？有効数字 2 桁で答えよ。ただし、地球も木星も太陽の赤道面周りを円軌道しているとし、木星の軌道半径は 5.2AU とせよ。

(b) 木星が太陽から受け取る、単位時間、単位面積当たりの輻射エネルギーは、地球が受け取る量の何倍か？有効数字 2 桁で答えよ。

(c) 木星は惑星なので、無視できる程度しか内部でエネルギーの生成を行っていない。よって大まかには、表面から放出する輻射のエネルギーと太陽から受け取る輻射のエネルギーは釣り合っていると考えることができる。表面から放射される単位時間、単位面積当たりのエネルギーは、表面温度を  $T$  とした場合、 $\sigma T^4$  のように書くことができる。ただし、 $\sigma$  はステファン・ボルツマン定数と呼ばれ、以下のような値である。

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{J/m}^2/\text{sec/K}^4$$

まず  $T$  のしたがう式を導出せよ。次にその値を Kelvin を単位にして有効数字 2 桁で求めよ。なお、木星の表面は球面とし、表面から一様に輻射を放出していると仮定せよ。また太陽からの輻射は、木星表面で全て吸収されると仮定せよ。

2. ダストと宇宙項のみが存在する場合、宇宙のスケール因子  $a$  は以下のような方程式にしたがって時間変化する。

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 + \frac{\Lambda c^2}{3}a^2$$

ただし、 $\rho$  はダストの密度を表し、時間のみに依存する関数である。また  $\Lambda (> 0)$  は宇宙項を表す定数である。

(a) 最近の宇宙観測の結果、ゼロでない宇宙項の存在が確実になりつつある。そのような結果を示した観測プロジェクトを1つ挙げ、また何を観測しているのかについて簡単に説明せよ。

(b) 宇宙項が存在した方が、ダストのみが存在する場合よりも現在の宇宙年齢は長くなるが、その理由について説明せよ。定性的に説明しても、定量的に示してもどちらでも構わない。必要ならば図を用いよ。

3. 我々の銀河の周りには、電磁波では観測できないが重力を及ぼす物体であるダークマターが存在していることが分かっている。ダークマターは、その正体によっては、重力レンズ効果を引き起こすかもしれない。この性質を利用してダークマターの正体を探査しているのが、MACHO プロジェクトである。以下の問に答えよ。

(a) 重力レンズ効果とは、重力を及ぼす物体の周囲を光が通過する際に、光路が曲がり、集光が起きる現象である。その曲がり角度は、物体の質量  $M$ 、物体との距離  $L$ 、万有引力定数  $G$ 、光速  $c$  を用いてどのように書けるか？角度が無次元の量であることや重力の特徴を考慮して、その表式を推測せよ。答だけでなく、なぜそのように書けるのかについても説明せよ。

(b) MACHO プロジェクトによって何故ダークマターの探査が可能なのか、5行程度で答えよ。

(c) ある球状の銀河が存在すると仮定しよう。その銀河の密度分布が次のような形であったとする：

$$\rho(r) = \rho_0 \exp\left(-\frac{r^3}{r_0^3}\right)$$

ただし、 $\rho_0$  と  $r_0$  は定数である。ある半径  $r = R$  以内に含まれる質量を求めよ。

ところでこのモデルでは、銀河の質量分布を説明できない。その理由を簡潔に記せ。